RECENZJE

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXXI / 2002, s. 171–176*

Paweł POLAK

MATEMATYKA JAKO SZKOŁA MYŚLENIA

H. Steinhaus, *Między duchem a materią pośredniczy matematyka,* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa-Wrocław 2000, ss. 262.

Książka, którą trzymam w ręku, już na pierwszy rzut oka wywołuje duże zainteresowanie. Uwagę przyciąga niezwykły tytuł będący sentencją Hugona Steinhausa — jednego z najwybitniejszych matematyków polskich, współtwórcy lwowskiej szkoły matematycznej.

Omawiana pozycja jest zbiorem 20 pism Steinhausa, które powstały w różnych okresach jego życia. Uderza w niej różnorodność tematyki — od wykładów popularnych i półpopularnych, poprzez artykuły dydaktyczne, eseje o matematyce i jej zastosowaniach, po przemówienia wygłaszane z okazji uroczystości uniwersyteckich. Ważną częścią książki są wspomnienia pośmiertne o trzech wielkich matematykach polskich. Teksty te są ważnym źródłem wiedzy o tych wybitnych osobach. Jest tak na pewno w przypadku Stefana Banacha — do dziś wspomnienie Steinhausa jest jednym z najważniejszych źródeł informacji o genialnym współtwórcy szkoły lwowskiej. Nie można również pominąć milczeniem znajdującego się we wstępie szkicu biograficznego, który przybliża postać Hugona Steinhausa, wybitnego matematyka, przenikliwego naukowca i niezwykłego człowieka.

Wyboru dokonał i całość opatrzył przedmową Józef Łukaszewicz. Napisał on w przedmowie, że celem niniejszego zbioru jest „przybliżenie szerokiemu gronu Czytelników osoby i dzieła jednego z najwybitniejszych matematyków polskich XX wieku” (s. 7). Łukaszewicz nie ukrywa, że książka ta jest wyrazem hołdu złożonego osobie Mistrza.

---

*UWAGA: Tekst został zrekonstruowany przy pomocy środków automatycznych; możliwe są więc pewne błędy, których sygnalizacja jest mile widziana (obi@opoka.org). Tekst elektroniczny posiada odrębną numerację stron.

W tym miejscu należy poczynić ważne uwagi. Po pierwsze, wszystkie pisma w niniejszym zbiorze opublikowane są zgodnie z wielokrotnie wyrażaną wolą autora, jako *versio ultima*, czyli bez jakichkolwiek zmian redaktorskich. Dlatego niekiedy razić może przestarzała ortografia i słownictwo.

Druga ważna uwaga: o ile sama myśl Steinhausa dotycząca matematyki i nauki jest bardzo głęboka i upływ czasu niewiele zmienił jej wymowę, o tyle kilka zagadnień szczegółowych stało się już nieaktualnych. Postępy we współczesnej genetyce pozwalają na pozbawione wątpliwości rozstrzygnięcie ojcostwa (por. np. rozdz. „O dochodzeniu ojcostwa", ss. 179-191); rozwój komputerów znacznie przekroczył oczekiwania i hipotezy Steinhausa (np. por. ss. 158-159), a teoria chaosu dała wytłumaczenie problemu nieodwracalności (por. „Zagadnienie nieodwracalności", ss. 121-132). Niemniej o ile niektóre szczegółowe rozwiązania w świetle dzisiejszej wiedzy są już nieaktualne, o tyle modelowy sposób rozwiązywania problemów jest wciąż dobrym przykładem. Dlatego też warto przeczytać również i te wymienione powyżej rozdziały, mając jednakże w pamięci poczynione tu uwagi.

Pod adresem wydawcy należy skierować krytyczne uwagi co do ilości przeoczonych błędów we wzorach matematycznych. Mniemam, że błędy w formułach matematycznych nie są wynikiem konsekwentnego stosowania klauzuli *versio ultima*. Trudno byłoby podejrzewać H. Steinhausa o popełnienie takich błędów, jakie możemy znaleźć m.in. na s. 82, s. 178 (nie ujęte w erracie). Na szczęście (dla czytelnika) w całej książce nie ma zbyt wielu wzorów matematycznych.

Ze względu na dużą różnorodność treści pism zamieszczonych w niniejszym zbiorze nie jest możliwe choćby tylko skrótowe przedstawienie ich wszystkich. Dlatego też proponuję spojrzeć przekrojowo na całość, skupiając uwagę jedynie na trzech wybranych tematach, szczególnie interesujących z punktu widzenia filozofa.

Na początek — filozofia matematyki. Wiadomo, że matematycy w swojej praktyce unikają z reguły wikłania się w problemy filozoficzne. Naturalne jest więc, że wypowiedzi większości matematyków pozbawione są jakichkolwiek odniesień do filozofii. Steinhaus ukazuje się tutaj jako twórca oryginalny i niezależny — nie boi się podejmować problemów filozoficznych w matematyce. Już sam tytuł rozdziału: „Czem jest matematyka i na czem polega jej postęp?” wskazuje niedwuznacznie, że autor podejmuje próbę określenia istoty matematyki i jej rozwoju. Analizując istotę matematyki Steinhaus wprowadza prosty i niezwykle użyteczny podział całej dyscypliny (ss. 40-41) na matematykę „logiczną” (zajmującą się odkrywaniem i dowodzeniem twierdzeń), matematykę rachunkową (zajmującą się rozwiązywaniem zadań), stosowaną (stosującą twierdzenia matematyczne do innych nauk) i praktyczną (dostarczającą uproszczone, praktyczne metody obliczeniowe). Dzięki temu podziałowi autor może doskonale ukazać źródła jednostronności obrazu matematyki wśród niematematyków. Podział ten jest ważny o tyle, iż uwidacznia matematykę stosowaną — dziedzinę, którą Steinhaus świadomie wyodrębnił i rozwinął. Autor udowadnia, że matematyka stosowana różni się istotnie od innych rodzajów matematyki. Niedostrzeganie tego zarówno przez matematyków, jak i przez przedstawicieli zmatematyzowanych nauk przyrodniczych prowadzi w konsekwencji do zmniejszenia możliwości przyrodoznawstwa oraz do coraz większej alienacji matematyki. Analogiczne zjawisko zachodzi również na gruncie techniki.

Steinhaus jest pragmatykiem i widzi sens matematyki w wymiernych korzyściach, jakie zastosowania matematyki stosowanej niosą dla społeczeństwa. Program takiej nauki nazywa *programem Archimedesowym* (por. ss. 250-253). Ze stanowiska pragmatycznego atakuje on platonizm matematyczny. Polemikę tę w najbardziej rozwiniętej formie odnajdziemy w rozdziale „Drogi matematyki stosowanej”. Steinhaus atakuje platonizm za to, iż jego konsekwencją praktyczną jest ograniczanie matematyki tylko do matematyki czystej. „Ta postawa (platonizmu matematycznego — P.P.) jest wroga nie tylko matematyce stosowanej, ale nawet niszczy wszystkie nauki przyrodnicze” (s. 111). Należy dla porządku powiedzieć, jakie miejsce dla matematyki czystej widzi autor. Odrzuca on próbę legitymizacji matematyki czystej poprzez jej moż liwe zastosowania w przyszłości — pragmatyczny zysk z niewielkiej części bezpośrednio wykorzystanych prac nie stanowi żadnego uzasadnienia dla ich dalszego podejmowania. Wszak zawsze przeważająca część dorobku matematyki czystej znajdować się będzie poza zasięgiem zastosowań praktycznych. Taki sposób legitymizacji Steinhaus nazywa wprost „dziecinnym argumentem" (s. 115). Jakie pozostaje więc miejsce dla matematyki czystej z pragmatycznego punktu widzenia? Odpowiedź autora jest jasna: „Jedynym sposobem nauczenia się matematyki stosowanej jest zapoznanie się z matematyką czystą i to już jest wystarczającym uzasadnieniem potrzeby uprawiania matematyki czystej" (s. 116). Steinhaus wymienia więc *explicite* rolę edukacyjną. Milcząco założona jest druga rola matematyki czystej, która jest bardziej doniosła — rola fundamentu dla innych gałęzi matematyki. Nie można sobie bowiem wyobrazić np. matematyki stosowanej bez matematyki czystej. Bez tej ostatniej musielibyśmy bowiem tkwić ciągle tylko w obrębie najprostszych rachunków algebraicznych.

Kończąc omawianie wątku związanego z filozofią matematyki, nie sposób nie uczynić chociażby krótkiej wzmianki o celnych uwagach autora dotyczących znaczenia kryteriów aksjologicznych w praktyce matematycznej (por. ss. 57-58, 111, 114). Analizy te stanowić mogą wdzięczne źródło do badań nad wątkami aksjologicznymi w matematyce. Są one o tyle ważne, że ukazują problem oczyma człowieka, który poruszał się w zagadnieniach matematycznych w sposób mistrzowski.

Zobaczmy teraz, co Steinhaus mówi o filozofii przyrody. Znajdujemy tu wiele bezpośrednich wypowiedzi. Dla przykładu weźmy chociażby tę zamieszczoną w rozdziale „Na marginesie cybernetyki", która sprowokowana jest rozważaniami nad istotą pojęcia życia i próbą odniesienia go do komputerów (por. ss. 219-221).

Z mojego punktu widzenia najciekawsze są myśli dotyczące problemu matematyczności przyrody. Autor broni konsekwentnie tezy o tym, iż przyroda jest matematyczna. Twierdzi on, że wszelakie głosy o niemożliwości matematyzacji przyrody wynikają ze stereotypowej znajomości matematyki, lub wręcz z jej nieznajomości — to wszystko w wyniku niewłaściwej edukacji (por. s. 204). Steinhaus wypowiada się bardzo stanowczo: „Przyroda nie chce się stosować do matematyki. Ten [...] frazes jest godzien zapisania do słownika banałów" (s. 113).

Analizując wypowiedzi autora, dochodzę do wniosku, że teza o matematyczności przyrody jest dla niego silnym przedzałożeniem umożliwiającym pracę na polu matematyki stosowanej (analogicznie jak dla fizyka teza o istnieniu świata realnego). Okazuje się, że matematyczność przyrody jest warunkiem skuteczności matematyki stosowanej. Równocześnie jest to również i warunek istnienia matematyki czystej. Idąc bowiem po pragmatycznej linii rozumowania Steinhausa, należałoby konsekwentnie zapytać, czemu miałaby służyć matematyka czysta w niematematyzowalnym świecie. Czy tylko tworzeniu świata nieużytecznych fikcji?

Trzecim ważnym zagadnieniem przewijającym się w pismach Steinhausa jest problem współpracy interdyscyplinarnej. Pojawia się on w ścisłym związku z matematyką stosowaną. Kluczowe dla tego zagadnienia są rozdziały: „Współpraca nauk na przykładzie roli matematyki w środowisku wrocławskim" (ss. 192-210) oraz „Drogi matematyki stosowanej" (ss. 108-120). Temat ten jest na tyle ważny dla autora, że odnajdziemy go bez trudu w wielu innych pismach.

Steinhaus postuluje zmianę paradygmatu matematyki stosowanej: „[...] Matematyka stosowana jest na całym świecie w stadium początkowym. [...] Czym różni się ta wczorajsza faza od dzisiejszej, a raczej od jutrzejszej fazy? – Oto sposobem współpracy z innymi dyscyplinami" (s. 109). Celem zmiany paradygmatu jest zwiększenie skuteczności współpracy matematyki z przyrodoznawstwem.

Autor proponuje nowe podejście do problemu współpracy. Postuluje on, że „zasadę specjalizacji trzeba porzucić i zrozumieć, że pozorna jest skromność tych, co mówią w każdej sytuacji: Ťja się na tym nie znamť, a to dlatego, że nauka jest teorią rzeczywistości, w której wszystko jest związane" (s. 201). Jest to podejście odmienne od ścisłej specjalizacji preferowanej dotychczas na gruncie nauki. Dla Steinhausa owocna współpraca interdyscyplinarna jest „przede wszystkim i nade wszystko przekraczaniem kompetencji, jest bezustannym naruszaniem granic i agresją" (s. 196). Wymaga ona ścisłej współpracy specjalistów różnych dziedzin i wzajemnego uczenia się. „Trzeba uczyć się na zagadnieniu, a nie z książek i na zapas” (s. 202). Współpraca interdyscyplinarna jest więc procesem wspólnego, twórczego odkrywania rzeczywistości, w którym różne dziedziny wspomagają się wzajemnie swoimi właściwymi możliwościami (por. s. 120). „My (matematycy — P.P.) jesteśmy przyzwyczajeni myśleć, a nie próbować, oni — to jest przyrodnicy — próbować, a nie myśleć; ale razem umiemy i jedno i drugie” (s. 206). Przy wzajemnie otwartej współpracy, jak dodaje autor, „same dyscypliny zmieniają swój styl i swoją problematykę” (s. 206).

Steinhaus nie pozostaje tylko teoretykiem współpracy interdyscyplinarnej. Wskazuje on wiele przykładów udanej pracy zespołowej, którą udało mu się przeprowadzić w środowisku naukowym powojennego Wrocławia. Na bazie tych doświadczeń podaje on warunki konieczne współpracy interdyscyplinarnej (por. s. 203 i s. 208). Interesujące jest „prawo dystansu” sformułowane przez autora, mówiące, że im bardziej oddalone są od siebie nauki, tym większe są efekty z połączenia ich metod (s. 209).

Zadajmy na koniec pytanie: jakie jest konkretne miejsce promowanej przez Steinhausa matematyki stosowanej we współpracy interdyscyplinarnej? – „Jest to raczej szkoła myślenia” (s. 120). Wprowadza ona niezbędny element, dzięki któremu nauki empiryczne mogą stać się czymś więcej niż tylko rejestrem obserwacji i eksperymentów (por. s. 120).

Do kogo adresowana jest ta książka? Myślę, że zapewnienia Łukaszewicza, iż jest ona kierowana do szerokiego grona czytelników, są chyba nieco zbyt optymistyczne. O trudności książki decyduje z pewnością jej wielkie zróżnicowanie — przeciętnemu czytelnikowi nie jest łatwo ogarnąć całą rozpiętość prezentowanych problemów, choć nie wymagają one z reguły znajomości matematyki wyższej.

Uważam jednak, że dla filozofa zajmującego się filozofią matematyki książka ta stanowić będzie znakomite źródło ukazujące myśl Steinhausa. Ważne są tutaj zarówno bezpośrednie wypowiedzi Mistrza o matematyce, jak i to wszystko, czego nie mówi on wprost, ale co stosuje w praktyce. Osoby zajmujące się filozofią przyrody i filozofią nauki znajdą w tej książce cenne uwagi o interesujących je zagadnieniach wypowiadane z pozycji matematyki. Czytelników ZFN zainteresują z pewnością poglądy Steinhausa na możliwości i warunki współpracy interdyscyplinarnej. Na tym polu jest on bowiem nie tylko jednym z prekursorów, ale jest także mistrzem metody.

Należy zwrócić jeszcze uwagę na styl autora. Steinhaus znany był bowiem z tego, że „poprawnej polszczyzny, logiki rozumowania i precyzji wyrażania swych myśli [...] wymagał od wszystkich" (s. 15) — wymagał zatem przede wszystkim od siebie. Jego styl jest przykładem tego, jak w piękny i sprawny sposób używać języka polskiego w nauce i do popularyzacji nauki. Pod tym względem Steinhaus pozostanie na długo doskonałym wzorem do którego powinni odwoływać się współcześni naukowcy i popularyzatorzy.

Podsumowując, gorąco polecam tę książkę wszystkim zajmującym się filozofią matematyki, matematyką i filozofią nauki. Dla nich książka ta będzie źródłem wielu ciekawych pomysłów i zbiorem materiałów źródłowych. Wszystkim innym zainteresowanym nauką i matematyką również polecam ją, chociażby jako próbkę wybitnego stylu popularyzacji matematyki i nauki, który skutecznie ra się próbie czasu. Do wielkich Mistrzów miary Steinhausa trzeba często wracać, aby uczyć się tego, co jest najistotniejsze w uprawianiu nauki.

Paweł Polak