UWAGI FILOZOFICZNO-LOGICZNE NA TEMAT KŁÓSAKOWSKICH IMPLIKACJI ONTOLOGICZNYCH TYPU REDUKCYJNEGO.

Adam Olszewski, PAT, Kraków.

0. Wstęp.

Koncepcja implikacji ontologicznych typu redukcyjnego księdza Kazimierza Kłósaka jest pretekstem do zajęcia się zagadnieniem podmiotu poznania. Jest to właściwie moja pierwsza próba podejścia do tego zagadnienia z punktu widzenia filozofii logiki. Czy jest to próba udana, czy też nie, pokażą to ewentualne dalsze prace w tym kierunku. Wiele szczegółowych zagadnień pomijam, ponieważ albo nie wiem jak je rozwiązać, albo nie ma dla tego miejsca w tej skromnej pracy. Przede wszystkim tytułowe implikacje nie zostają w tej pracy wyjaśnione. Praca ma, względem nich, charakter wprowadzający. Ma ona pokazać również to, że zagadnienie, którym zajmował się ks. Kłósak, jest nietrywialne i bardzo ciekawe.

1. Garść wspomnień

W seminarium duchownym pierwsze dwa lata studiów poświęcone są głównie filozofii. Tam właśnie po raz pierwszy spotkałem mego pierwszego Mistrza i Nauczyciela Filozofii – ks. Prof. Kazimierza Kłósaka. Pisząc z dużej litery te słowa, pragnę oddać Mu należny szacunek; był bowiem prawdziwym filozofem, czyli miłośnikiem mądrości. Zapraszał do uprawiania filozofii, choć jest ona oderwana od życia praktycznego i z niej zasadniczo nie ma chleba.[1] Kiedy rozpoczął swój pierwszy wykład, padł na nas (seminarzystów) blady strach. Nie zrozumieliśmy z niego niemal ani słowa. Pomyślałem sobie, że nie może tak być, żeby ktoś mówił w języku polskim i był dla mnie niezrozumiały. Podobnie myślał jeden z kolegów. Zabraliśmy się ostro do pracy i po trzecim wykładzie już rozumieliśmy wszystko (albo prawie wszystko).[2] Wyrażeniem ks. Kłósaka, które wywoływało nerwowy odruch u kolegów, były tajemnicze: *implikacje ontologiczne typu redukcyjnego*. Dzisiaj, z perspektywy 25 lat, chciałbym wrócić krytycznie do wymienionego zwrotu.[3]

2. Sformułowanie ks. Kłósaka.

Podstawową pracą, zawierającą dojrzałe poglądy ks. Kłósaka z zakresu metodologii jest, wydana na dwa lata przed śmiercią autora, książka pt. *Z teorii i metodologii filozofii przyrody*.[4]

Interesujący nas zwrot pojawia się u Kłósaka w związku z szeroko dyskutowanym przez niego związkiem (relacją) pomiędzy naukami szczegółowymi o przyrodzie i o człowieku[5], a filozofią przyrody. Skłania się on ku teorii empiriologicznej, zgodnie z którą, nauki szczegółowe '*... nie wychodzą we właściwym sobie poznaniu przyrody poza to, co jest dostępne dla ich metod badawczych – a więc poza sferę zjawisk i wiążących je relacji, tak*

---

[1] Odwołuję się tutaj do Wittgensteina, który nawoływał studentów do odwrócenia się od filozofii i zwrócenia się ku czemuś pożyteczniejszemu.

[2] Ten ksiądz, dziś proboszcz, to Piotr Sulek.

[3] Właściwie ten właśnie zwrot stał się pośrednio przyczyną moich zainteresowań filozoficznych. Zadałem bowiem ks. Profesorowi związane z tym pytanie, po którym zaprosił mnie na swoje seminarium naukowe. Ks. Kłósak pojmował krytykę konstruktywnie. Znaczyło to, że krytyka budowała. Zobacz jego prace krytyczne, w szczególności choćby krytykę materializmu dialektycznego.

[4] Ks. Kazimierz Kłusak, Księgarnia św. Wojciecha, Poznań 1980. Tę pracę będę oznaczał [TMFP; *n*], gdzie *n* będzie numerem strony. Referując poglądy Kłusaka będę używał jego oryginalnej terminologii.

[5] Pisząc dalej o tych naukach będę używał zwrotu nauki szczegółowe, lub po prostu – nauki.

że pomijają to, co mogłoby uchodzić za rozumianą filozoficznie istotę lub naturę rzeczy, oraz przyczyny wzięte w ujęciu filozoficznym, choćby były to przyczyny bliższe.' [TMFP; 14]. Zgodnie z tym stanowiskiem, ze względu na afilozoficzny charakter nauk szczegółowych nie mogą one prowadzić wprost do rozwiązania problemów filozoficznych [TMFP; 35]. Konsekwentnie; **ani twierdzenia nauk o przyrodzie nie mogą wynikać bezpośrednio (dedukcyjnie) z pewnych zasad filozoficznych, ani nauki szczegółowe nie mogą bezpośrednio prowadzić do wniosków filozoficznych** [TMFP; 35]. Jako uzasadnienie powołuje się Kłósak na zasadę racji dostatecznej. Czymś irracjonalnym byłyby wnioski przyrodnicze ze zdań filozoficznych (i odwrotnie) [TMFP; 35-36]. Należy podkreślić niejasność terminu - *bezpośrednio*, który znaczyć ma tyle co - *dedukcyjnie*.

Pyta dalej Kłósak, czy nauki nie posiadają *implikacji typu redukcyjnego z zakresu filozofii?* [TMFP; 39]. Inaczej formułując pytanie: *czy badając język nauk (pod względem obiektywnego sensu) nie dojdziemy do jakiejś filozofii?*[TMFP; 39] Na te pytania odpowiada twierdząco. Pisze, że owe implikacje (typu redukcyjnego, a zatem prowadzące od następstwa do racji) *mogłyby być tylko* ***funkcją wymienionych nauk i ogólnej wizji filozoficznej****, do której ktoś doszedł* [TMFP; 40]. Zatem nie mają one znowu charakteru bezpośredniego, lecz pośredni. I nieco dalej na tej samej stronie: [...] *przy wyodrębnianiu implikacji filozoficznych typu redukcyjnego dla nauk* [...] *musiałaby wchodzić mediacja ze strony jakiejś ogólnej wizji filozoficznej, dlatego te implikacje będą przedstawiały się, przynajmniej częściowo, inaczej dla tomisty określonej orientacji i dla filozofa z jakiejś innej szkoły.*

Kłósak eksplicite formułuje przykładowo trzy implikacje tego typu (dla tomizmu i odpowiednich orientacji filozoficznych): **teoria realizmu metafizycznego, realizmu gnoseologicznego** oraz **koncepcja nauki w ogólności** [TMFP; 40].

Problem rozważanych implikacji powraca przy okazji rozważania faktów wyjściowych filozofii przyrody, w rozdziale dziesiątym. Kłósak bazuje głównie na ujęciu J. Maritaina. Przyjmuje za nim podział faktów na 'naukowe' – fakty przyrodnicze i 'filozoficzne' – to *dane, które zostały ustalone i osądzone w świetle obiektywnym filozofii* [TMFP; 126-127]. Jako przykład tych drugich mamy: istnienie realnych, gatunkowych odrębności w świecie ciał, istnienie zmiany i stawania się, istnienie ciągłości [TMFP; 127]. Maritain uważał, że filozof przyrody ma za zadanie przemyśleć w kategoriach filozoficznych fakty, podane przez przyrodnika przy pomocy pojęć empiriologicznych [TMFP; 128]. Różnica miedzy jednym, a drugim typem faktów dotyczy przede wszystkim **języka pojęciowego** [TMFP; 133], który służy do ich wyrażenia. Różnica pomiędzy nimi jest jednak głębsza i dotyczy również aspektu bytowego (typu, sposobu bytowania) [TMFP; 135]. Znaczy to ostatecznie, że są to dwie **zasadniczo różne** grupy faktów [TMFP; 135]. Jednak, co może budzić zdziwienie, dotyczą tych samych rzeczy jednostkowych [TMFP; 135]. Własnościami podmiotu, które umożliwiają 'budowanie' filozofii przyrody, są: abstrakcja fizyczna – pomijanie cech indywidualnych ciał [TMFP; 149] (na którą składają się różne czynności umysłowe) [TMFP; 148], pewne inne czynności umysłowe (tu Kłósak wymienia przykładowo podawanie uniesprzeczniających warunków możliwości istnienia właściwości gatunkowych i międzygatunkowych oraz uzasadnienie istnienia struktur gatunkowo-jednostkowych [TMFP; 149]), a nade wszystko implikacje ontologiczne typu redukcyjnego w znaczeniu szerszym i węższym.[6] Kłósak twierdził, że implikacjom ontologicznym typu redukcyjnego, dzięki dodatkowym zabiegom, można nadać pewien poziom pewności [TMFP; 152-154]. W rozdziale dwunastym znajdujemy nieco inne

[6] W sprawie tych implikacji odwołuje się Kłusak zasadniczo do dwóch autorów: F. Renoirte i C. G. Hempel (jego implikacje testowe).

ujęcie, w którym chodzi o ufundowanie filozofii przyrody, na tzw. *fenomenologii empirycznej* [TMFP; 154-160]. Ta nauka ma za zadanie wyrażenie w pewnym języku [...] *tego wszystkiego, co szczegółowe nauki realne mają – przy użyciu swoich metod – do powiedzenia o przyrodzie na użytek refleksji filozoficznej* [TMFP; 155]. Ta fenomenologia jest nauką pozbawioną charakteru filozoficznego i posiada dopiero swe implikacje filozoficzne.[7]

3. Rozważania szczegółowe.

W Kłósaka koncepcji implikacji redukcyjnych jest kilka punków, które należałoby bardziej szczegółowo ustalić, aby zagadnienie nieco rozwinąć. W swej argumentacji odrzuca Kłósak możliwość, żeby twierdzenia nauk szczegółowych miały **bezpośrednie** implikacje filozoficzne. Dopuszcza jedynie implikacje **pośrednie**. W pierwszym przypadku twierdzenia nauk szczegółowych wynikałyby z twierdzeń filozoficznych, co jest absurdem. Słowo **implikacje** ma tutaj charakter niejasny. Implikacja jest uważana na terenie logiki za funktor logiczny, zdaniotwórczy i dwuargumentowy. Z niektórych stwierdzeń Kłósaka [TMFP; 39-40] widać, że chodziło o zdania, które *wynikają* w sposób redukcyjny, zatem przeciwny do dedukcyjnego. Jednak implikacja ma w ogólności odmienne własności formalne od relacji wynikania (logicznego), dlatego będę się posługiwał tym drugim terminem.[8] Powiemy, że zdanie A wynika logicznie (jest wyprowadzalne w systemie formalnym F) ze zbioru zdań X[9] (symbolicznie: $X \models A$ $(X \vdash_F A)$) i będziemy ten zwrot rozumieć w nawiązaniu do rozumienia logicznego tak: zdanie A wynika logicznie (jest wyprowadzalne) ze zbioru zdań X wtedy i tylko wtedy, gdy nie istnieje model, w którym równocześnie zdania zbioru X byłyby prawdziwe, zaś A fałszywe˙, (gdy A posiada dowód ze zbioru X w systemie F). Ze względu na twierdzenie o pełności dla logiki 1. rzędu można używać zamiennie (w obrębie teorii 1. rzędu) semantycznej relacji wynikania i syntaktycznej relacji wyprowadzalności (dowiedlności) . Przy ustalonym modelu (tzw. *modelu zamierzonym*), w obrębie zdań, wynikanie semantyczne właściwie się trywializuje.[10] Dlatego, przy przyjętej aksjomatyce teorii formalnej F, można przyjąć naturalne określenia wynikania (rozumowania)[11] redukcyjnego (symbolicznie: $X \dashv_F A$ i czytamy: zdanie A wynika redukcyjnie z niepustego zbioru zdań X):

$$X \dashv_F A \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taki niepusty zbiór } Y \subset X, \text{ że } \{A\} \vdash_F Y.$$

Prostsza postać, gdy A i B są zdaniami oraz gdy zbiór jednoelementowy utożsamić z jego elementem, byłaby następująca:

[7] Kłósak podkreśla, że mówienie o fenomenologii empirycznej jest jedynie inną stylizacją rozważanych zagadnień [TMFP; 154-155].
[8] Implikację z dedukowalnością (wyprowadzalnością) i wynikaniem semantycznym wiąże twierdzenie o dedukcji. Zasięg jego jest ograniczony do dość naturalnych teorii, ale jednak ograniczony.
[9] W tym przypadku oczywiście zarówno język jak i system formalny jest ustalony.
[10] Ta sprawa wymaga osobnego opracowania. W poniższym określeniu wynikania redukcyjnego, można zastąpić relację wyprowadzalności przez relację wynikania semantycznego. Dla wyższych rzędów sprawa się komplikuje, ze względu na to, że nie obowiązuje twierdzenie o pełności. Te rozważania należy jednak odłożyć do osobnego opracowania.
[11] Rozumowanie jest redukcyjne, wg. Łukasiewicza, gdy kierunek rozumowania i kierunek odpowiadającego mu wynikania logicznego są sobie przeciwne. Dane jest następstwo, do niego dobiera się rację.

$$B \dashv_F A \quad \text{wtedy i tylko wtedy, gdy} \quad A \vdash_F B.$$[12]

Określenia powyższe pokazują, że pewne rozumienie wynikania redukcyjnego da się sprowadzić do pojęcia dedukowalności w zwykłym sensie. Te definicje wynikania funkcjonują zasadniczo w obrębie jednej teorii aksjomatycznej (systemu) sformułowanej w konkretnym języku formalnym i dzięki temu można mówić o tym, że są bezpośrednie.[13] Właśnie w obrębie jednej teorii formalnej nie ma zasadniczo problemu. Przy powyższym rozumieniu wynikania redukcyjnego, zbiór tez jakiegoś systemu formalnego można zredukować do zbioru aksjomatów systemu.[14] W tej stylizacji można następująco sformułować pierwsze twierdzenie Goedla o niezupełności:

Zbioru zdań prawdziwych języka arytmetyki Peano[15] *nie da się zredukować do rekurencyjnie przeliczalnego zbioru aksjomatów.*

Problem się komplikuje, kiedy redukcja zachodzi pomiędzy teoriami. W tym przypadku należałoby określić pojęcie wynikania pomiędzy teoriami. To właśnie byłby wariant *implikacji pośrednich* Kłósaka.

Teorie i twierdzenia na potrzeby, których Kłósak formułował koncepcję implikacji ontologicznych nie mają charakteru formalnego i przez to zastosowanie powyższych definicji nie jest natychmiastowe, o ile w ogóle jest możliwe.[16] Teorie które rozważał Kłósak miały charakter zinterpretowany (zatem jest mowa o jakimś 'modelu'), a ich języki nie były precyzyjnie określone. Za [AR 1998; 28-29] podaję, w jaki sposób rozumieć można 'teorię', w sensie teorii naukowej.[17] Według autorów teoria naukowa składa się z następujących składników:

- zbiór podstawowych terminów (słownik) z ustalonym znaczeniem;
- zbiór podstawowych praw (rodzaj aksjomatów?);
- dziedzina stosowalności (świat? lub model?);
- matematyczna struktura (w naukach fizykalnych, model?);
- ontologia (rzeczywistość?).[18]

Aerts i Rohrlich proponują [AR 1998; 29], by teorię S nazywać redukowalną do teorii T wtedy i tylko wtedy, gdy teoria T 'implikuje' teorię S. Ich rozważania są dość zbliżone do tych Kłósaka z tą istotną różnicą, iż redukuje się w tym przypadku do siebie całe teorie (w powyższym sensie) i obie teorie należą do nauk szczegółowych. Sami stwierdzają, że słowo 'implikuje' użyte w określeniu powyższej redukcji nie jest jasne [AR 1998; 29].

---

[12] W dalszym ciągu indeks przy symbolu relacji będę opuszczał o ile nie będzie to prowadziło do nieporozumień.

[13] Termin *teoria* jest wieloznaczny nawet w obrębie logiki. Można go rozumieć w sensie najściślejszym, jako zbiór zdań jakiegoś języka formalnego domknięty na operację konsekwencji; lub jako system dedukcyjny (obiekt syntaktyczny); lub jako system dedukcyjny wraz z semantyką (zinterpretowany). Wszystkie te trzy pojęcia są dobrze określone w obrębie logiki formalnej. Zakładamy, że system formalny musi mieć rekurencyjnie przeliczalny zbiór twierdzeń tzn., że chodzi o standardowo sformalizowane języki i klasyczne (dwuwartościowe) modele.

[14] Tzn. jeśli symbolem Aks_F oznaczymy zbiór aksjomatów systemu F, to: $X \dashv_F Aks_F$, gdy $\vdash_F X$.

[15] Oczywiście w modelu standardowym.

[16] Wydaje się, że nie jest to możliwe do zrealizowania w sposób całkowicie ścisły. Możliwe jest na swobodniejszej drodze filozoficznych interpretacji.

[17] Aerts D., Rohrlich F., 'Reduction', *Foundations of Science*, 1(1998), ss. 27-35.

[18] Za poprawne kryterium pozwalające odróżnić teorię naukową od nienaukowej uchodzi zasada falsyfikacjonizmu Poppera.

Powróćmy do zagadnienia sformułowania wynikania logicznego pomiędzy teoriami. Pojawia się taka oto idea.[19]

Zdanie B teorii S wynika logicznie ze zbioru zdań X teorii T (teorie niesprzeczne), symbolicznie:

$X \Vdash B$ wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje niesprzeczna teoria R oraz transformacje τ, τ_1 takie, że $\tau(X) \vdash_R \tau_1(B)$.[20]

Ta relacja jest w następującym sensie rozszerzeniem zwykłej relacji wynikania. Jeśli teoria $S = T$, to wtedy T jest właśnie postulowaną teorią, obie transformacje stają się zwykłymi identycznościami zdań, i wynikanie przechodzi w zwykłą wyprowadzalność - w obrębie jednej teorii. Wystarczy tutaj identyczność strukturalna.[21] Jeśli zaś teoria S będzie pod-teorią teorii T, to oczywiście $R = T$ oraz τ jest identycznością w powyższym sensie.[22] Oczywiście podstawowym problemem staje się tutaj niejasne pojęcie transformacji. Ponieważ chcemy, żeby zdania rozważanych teorii posiadały znaczenia (sensy), to transformacje takie przyporządkowywałaby jednym zdaniom pewnej teorii, zdania innej teorii o zbliżonym sensie. Oczywiście najlepiej byłoby, żeby sens był taki sam, ale na razie nie wiadomo, co to znaczy. Ten wymóg ma związek z ujęciem Putnama[23] oraz Smarta[24], którzy postulowali by proces redukowania jednej teorii do innej był przeprowadzony z użyciem teorii pośredniej, która ma być *zbliżona (aproksymatywna, analogiczna, podobna)* do teorii redukowanej.

4. Przykład.

Zostanie teraz podany przykład, dwóch twierdzeń należących do dwóch różnych teorii matematycznych, który ma egzemplifikować powyższe rozważania. Przykład ten ma w pewnym sensie ‘sfalsyfikować’ koncepcję redukcji teorii naukowych, według Nagela.[25] Według niego redukcja jakiejś zinterpretowanej teorii S do teorii T zajdzie wtedy i tylko wtedy, gdy każde zdanie teorii S da się wyprowadzić z teorii T w koniunkcji, z równoważnościami zwanymi ‘prawami pomostowymi’ (‘bridge laws’). Prawa pomostowe ustalają koekstensywne odpowiedniki predykatów (ewentualnie nazw) występujące w teorii redukowanej S, za pomocą terminów teorii redukującej T.[26] Poniższy przykład pokazuje dwie teorie, które spełniają warunki wymagane przez koncepcję Nagela, lecz intuicyjnie nie mamy do czynienia z redukcją. W wypadku redukcji chcemy, bowiem, tak się przynajmniej wydaje, żeby teoria, do której się redukuje była w jakimś sensie uboższa od teorii redukowanej.

Zinterpretowanymi teoriami wyjściowymi są: arytmetyka liczb naturalnych Peany pierwszego rzędu (AP) wraz z tzw. modelem standardowym, w szczególności ze schematem aksjomatu indukcji (IND) oraz zasada ciągłości (ZC), należąca do arytmetyki liczb

[19] Posługuję się tutaj semantycznym pojęciem teorii. Zatem zinterpretowanej w modelu zamierzonym.

[20] Symbol wyprowadzalności został zindeksowany literą R, ponieważ stał się wieloznaczny. Łatwo tę relację rozszerzyć na relację pomiędzy zbiorami.

[21] Znaczyć to może, iż każda taka nietrywialna transformacja byłaby uogólnieniem zwykłej identyczności. Transformacja τ_1, jak pokaże przykład poniżej, nie musi być identycznością w przypadku gdy S jest pod-teorią P.

[22] Wydaje się, że mając takie określenie wynikania można bez trudu sformułować wynikanie redukcyjne.

[23] Por. Putnam H., ‘How to talk about meaning’, [w:] Cohen R. S., Wartofsky M. (eds.), *Boston Studies in the Philosophy of Science*, New York 1965.

[24] Por. Smart J. J. C., ‘Conflicting Views about Reduction’. W tym samym tomie co praca Putnama. Zobacz poprzedni przypis.

[25] Por. E. Nagel, ‘Struktura nauki. Zagadnienia logiki wyjaśnień naukowych’, Warszawa 1970.

[26] Sam Nagel nie wymagał, żeby prawa pomostowe były równoważnościami.

rzeczywistych rzędu drugiego (AR), również z modelem standardowym. Oto podstawowe sformułowania obu zasad:

(IND) $A(0) \wedge \forall x\, (A(x) \rightarrow A(sx)) \rightarrow \forall x\, A(x)$;

gdzie $A(x)$ jest formą zdaniową, zaś symbol s oznacza funkcję następnika.

(ZC) $X{\neq}\varnothing \wedge Y{\neq}\varnothing \wedge \forall x,y\, (x{\in}X \wedge y{\in}Y \rightarrow x{<}y) \rightarrow \exists z\, (\forall x,y\, (x{\in}X \wedge y{\in}Y \rightarrow x{\leq}z \wedge z{\leq}y))$.[27]

Lub inaczej i równoważnie:

(ZC') $\forall X(\exists x \forall y(y{\in}X \rightarrow x{\leq}y) \rightarrow \exists x(\forall y(y{\in}X \rightarrow x{\leq}y) \wedge \forall x_1\, (\forall y(y{\in}X \rightarrow x_1{\leq}y) \rightarrow x_1{\leq}x)))$.[28]

Zasadzie IND odpowiada równoważna jej zasada minimum o postaci:

(ZM) $\exists y\, A(y) \rightarrow \exists x\, (A(x) \wedge \forall y\, (y{<}x \rightarrow \neg A(y)))$.[29]

Każdą z zasad można wypowiedzieć równoważnie w sposób następujący: (ZC); *Każdy zbiór liczb ograniczony z dołu ma kres dolny*; zaś (ZM): *Jeśli istnieje element spełniający daną formułę, to istnieje element najmniejszy spełniający tę formułę.*
Tłumaczenie tej zasady na zdania (AR) to: τ_1(ZM): *W każdym zbiorze złożonym z liczb naturalnych istnieje liczba najmniejsza.*[30]

Otóż zachodzą następujące wynikania, zgodnie z naszym określeniem (por. str.4): {AR} $\cup$ (ZC) $\Vdash$ (IND), oraz {AR} $\cup$ (ZC) $\Vdash$ (ZM). Ową postulowaną w definicji (wynikania pomiędzy teoriami) teorią może być odpowiedni fragment teorii mnogości lub arytmetyka drugiego rzędu (AR) z aksjomatami zwykłymi dla dodawania, mnożenia, relacji mniejszości oraz aksjomatem konstrukcji zbiorów i funkcji, aksjomatem ciągłości (ZC), aksjomatami ekstensjonalności dla zbiorów i funkcji.[31] Jej zamierzonym modelem jest zbiór liczb rzeczywistych. Nieformalne sformułowania obu zasad są w pewnym sensie ich tłumaczeniami (szczególnie (ZM)) na zdania teorii mnogości. Jak wspomniano, zdanie (ZM) jest równoważne (IND). Tutaj pojawia się bardzo interesujący problem teoretyczny, który *mutatis mutandis* zaprzątał Kłósaka, a który można teraz przy powyższym ujęciu postawić bardziej precyzyjnie. Zauważmy, że zachodzi nawet więcej, z aksjomatów arytmetyki drugiego rzędu da się wyprowadzić dedukcyjnie (IND) oraz (ZM). Zachodzi również: {Aksjomaty Peano} $\dashv\!\vert$ {ZC}. Aksjomaty Peano (wraz z IND) redukcyjnie implikują zasadę ciągłości.

[27] Ta forma zasady ciągłości jest zbliżona do oryginalnej zasady Dedekinda, który sformułował swą zasadę w terminach przekrojów zbioru liczb. (ZC) jest zdaniem drugiego rzędu, choć można sformułować ją jako schemat zdań pierwszego rzędu.
[28] Por. nieco inne sformułowanie dla kresów górnych u Benthem van J., Doets K., 'Higher-Order Logic', [w:] *Handbook of Philosophical Logic*, vol. 1, s. 290.
[29] Por. na przykład Grzegorczyk A., 'Zarys arytmetyki teoretycznej', PWN, Warszawa 1971, ss. 40-43.
[30] τ_1(ZM) jest już transformacją zasady (ZM) i równoważnej jej (IND). Ta transformacja nie jest identycznością, gdyż należy zrelatywizować kwantyfikatory. Na przykład formułę poprzedzoną kwantyfikatorem dużym o postaci 'dla każdego *x*', wiążącym zmienną pierwszego rzędu, należy zamienić na zwrot 'dla każdego *x* należącego do zbioru *N*'.
[31] Ta arytmetyka, jako teoria drugiego rzędu, nadbudowana jest nad logiką drugiego rzędu.

(Zagadnienie podstawowe) **Czy istnieją jakieś 'efektywne'[32] metody, pozwalające przejść redukcyjnie od (IND) do (ZC)?**

Zgodnie z przyjętą definicją wynikania redukcyjnego, aby taka efektywną metodę(y) znaleźć, należałoby efektywnie skonstruować teorię wraz z modelem, na gruncie której redukujemy, oraz owe tajemnicze transformacje τ. Wydaje się, że jakakolwiek obiecująca droga rozwiązania zagadnienia biegnie poprzez wprowadzenie pojęcia podmiotu. Pojęcie to musiałoby mieć charakter pragmatyczny.[33] Istnieją w literaturze przedmiotu próby formalizacji tego pojęcia dokonane, w kontekście formalizacji zjawiska poznania, przez R. Suszkę[34] i J. Woleńskiego[35]. Owe podejścia nie spełniają jednak, jak się wydaje, postawionego wyżej wymogu, o ściśle pragmatycznym charakterze tego pojęcia. Według tych ujęć zjawisko poznania, w pierwszym przybliżeniu, opisać można przez parę uporządkowaną: $\langle S, M \rangle$. Pierwszy element tej pary S (od łacińskiego *subiectum*) Suszko nazywa *podmiotem* (lub *umysłem*), zaś drugi element M, to *przedmiot* (lub *świat*). Oczywiście oba obiekty mają złożoną strukturę, ale to ujęcie na razie nie obiecuje niczego pragmatycznego (w sensie ścisłym). Zakładając bowiem, że pojęcie modelu ma charakter teoriomnogościowy, zaś język - kombinatoryczny, nie wychodzimy tutaj praktycznie poza ramy semantyki, a może nawet badań syntaktycznych.[36] Pojęcie pary uporządkowanej jest również pojęciem teoriomnogościowym. Ściśle pragmatyczne pojęcie, jakim jest pojęcie podmiotu, nie powinno być redukowalne do pojęć semantycznych (syntaktycznych?). Oczywiście o ile pragmatyka jest pojmowana jako samodzielna dyscyplina naukowa, jak się w niniejszej pracy przyjmuje.[37] Z użyciem pojęcia podmiotu można podstawowe zagadnienie sformułować następująco:

(Zagadnienie podstawowe1) **Jakimi własnościami musi dysponować podmiot S, aby przejść redukcyjnie od (IND) do (ZC)?[38]**

Ponieważ uniwersum AP jest zbiorem dobrze uporządkowanym, następuje w nim zjawisko 'sklejenia' dwóch obiektów (i w jakimś sensie dwóch pojęć).[39] W zbiorach dobrze uporządkowanych, takich jak np. zbiór liczb naturalnych, każdy niepusty podzbiór uniwersum ma element najmniejszy. Ze względu na zwrotność relacji dobrze porządkującej, największe ograniczenie dolne jakiegoś zbioru (kres dolny) jest elementem tego zbioru. Odwrotnością 'operacji sklejania' jest 'rozrywanie'. Wedle intuicji potocznej 'sklejenie' jest jednoznaczne, zaś 'rozerwanie' nie. Dla przykładu: niech dwie własności W_1 i W_2 charakteryzują jeden i ten sam obiekt, i są zrelatywizowane do podzbioru X zbioru liczb naturalnych. Własności są następujące: $W_1(x)$ wtedy i tylko wtedy, gdy x jest najmniejszym elementem zbioru X; $W_2(y)$ wtedy i tylko wtedy, gdy y jest kresem dolnym zbioru X, tzn. jest największym ograniczeniem

[32] Słowo efektywne jest tutaj nadużyte. Chodziło mi o to w jaki sposób przejść od jednego twierdzenia do drugiego sprowadzając to przejście do jakichś konkretnych, sprawdzalnych kroków.
[33] Postulowane tutaj pojęcie, które ma swoje dobrze ugruntowane miejsce w teorii poznania, jest niezbędne do naukowego ugruntowania pragmatyki.
[34] R. Suszko, 'Logika formalna a rozwój poznania', *Studia Filozoficzne*, 1(1966), ss. 51-61.
[35] J. Woleński, 'Metamatematyka a epistemologia', PWN, Warszawa 1993; szczególnie rozdział 3.
[36] Wprawdzie Woleński zwraca uwagę na to, że w skład podmiotu wchodzi zbiór zdań uznanych, a to ma charakter intencjonalny. Jednak skłania się ku semantycznej analizie tego pojęcia.
[37] Tokarz krytykuje analizę pojęcia podmiotu dokonaną przez Trentowskiego. Sam jednak nie podaje niczego zadawalającego w zamian (w tej kwestii). Por. Tokarz M., 'Elementy pragmatyki logicznej', PWN, Warszawa 1993, ss. 244-245.
[38] Problem nie jest precyzyjnie sformułowany. Odnosi się on oczywiście do tego przykładu. Podobnie sformułowanie drugie zagadnienia. Wymaga to dalszych badań.
[39] Przez 'pojęcia' rozumiem coś zbliżonego do rozumień Goedla i Fregego – własności.

dolnym zbioru X. Ponieważ w zbiorze liczb naturalnych dla tak określonych elementów mamy $x=y$, zachodzi również dla ustalonego zbioru X i dowolnego x; $W_1(x) \wedge W_2(x)$ oraz $W_1(x) \equiv W_2(x)$. Istnieje zatem pojęcie W, które przysługuje liczbie x. Proces redukowania polega na przejściu od $W(x)$ do $W_1(x)$ oraz $W_2(x)$. Per analogiam można mówić o 'rozerwaniu' własności W na dwie inne W_1 oraz W_2. W wyprowadzeniu wniosku o istnieniu pojęcia W należy skorzystać z tzw. aksjomatu rozumienia dla pojęć (comprehension axiom[40]) wyprowadzalnego w Fregego logice drugiego rzędu:[41]

(CA) $\exists P \forall x\, (P(x) \equiv \varphi(x))$; dla dowolnej formuły $\varphi(x)$ ze zmienną wolną x i która nie zawiera wolnego wystąpienia P.

Jak można opisać umysłową procedurę przejścia od (ZM) do (ZC')? Mamy dwie własności W_1, W_2 przysługujące jednemu obiektowi. Własności te są, względem modelu, równoważne, ale nie są identyczne pod względem ich intensji (sensu). O ile przejście na mocy aksjomatu rozumienia od formuły (pojęcia czy też używając terminologii Fregego - funkcji) złożonej φ do prostej P może dokonać się w jednym kroku i to jednoznacznie, o tyle procedura odwrotna jest w ogólnym przypadku niejednoznaczna oraz nieefektywna.

Procedura ta może być odtworzona na podstawie tego, co dokonało się w dziejach myśli ludzkiej. Oto tak zwana genetyczna konstrukcja liczb rzeczywistych, wychodząc od zbiorów i ich podstawowych własności, pokazuje dobitnie jakimi drogami poruszał się podmiot w rozważanej sprawie. Oto mamy takie istotne kroki:

1. Zbiory z relacją należenia.[42]
2. Liczby naturalne.[43]
3. Liczby całkowite.
4. Liczby wymierne.
5. Liczby rzeczywiste.

Konstrukcja przebiega od zbiorów do liczb rzeczywistych (które też są utożsamione ze szczególnego rodzaju zbiorami). Istnieją głównie dwie operacje konstruujące: operacja abstrakcji oraz tworzenia produktu. Ciekawym i inspirującym wydaje się być następujące spostrzeżenie: kierunek przebiegu konstrukcji jest zgodny z kierunkiem redukcji, a przeciwny do kierunku logicznego wynikania. W wyniku zastosowania operacji konstruowania uzyskano bogatszą strukturę. Ma to wiele wspólnego ze zdroworozsądkowym 'konstruowaniem', jak np. budowaniem domu z cegieł.[44] W tej sytuacji wydaje się słusznym, ale tylko w zastosowaniu do naszego przykładu, sformułowanie następującej wersji zagadnienia podstawowego :

[40] W literaturze polskiej nazywany jest on często aksjomatem komprehensji dla formuł. Użyta przeze mnie nazwa, choć niespotykana, wydaje się (z filozoficznych pobudek) słuszniejsza. Formuła Px jest atomowa (prosta).
[41] Da się go wyprowadzić z tzw. Reguły podstawiania wyrażającej co następuje: w dowolnym zdaniu w którym występuje Fx (gdzie F jest wolna), które to zdanie jest wyprowadzalne jako twierdzenie logiki, możemy podstawić dowolną formułę złożoną $\varphi(x)$ (ze zmienną wolną x) za wszystkie wystąpienia atomowej formuły Fx w zdaniu wyjściowym.
[42] Minimalne własności jakie charakteryzują zbiory, to własności wyrażone przez aksjomaty: jednoznaczności, zbioru pustego, sumy, zbioru potęgowego, nieskończoności i wyróżniania.
[43] Por. znane powiedzenie Kroneckera, że Pan Bóg stworzył liczby naturalne. Wtedy jednak zbiór liczb naturalnych traktuje się jako dany pierwotnie. Takie rozumienie jest charakterystyczne dla niektórych ujęć konstruktywistycznych, w szczególności intuicjonizmu.
[44] Cegła występuje w pewnej roli w 'Dociekaniach filozoficznych'.

(Zagadnienie podstawowe 2) **Jakimi operacjami musi dysponować podmiot, aby skonstruować (z modelu, w którym zachodzi (IND)) model, w którym zachodzi (ZC)?**

Przy tak postawionym problemie odpowiedź wydaje się być w miarę jasna: są to operacje abstrakcji i produktowania.[45] Reguły te nie mają charakteru pierwotnego w tym sensie, że choć są wyodrębnione pojęciowo, da się je uzyskać z reguł pierwotniejszych.

Skupmy teraz swoją uwagę na tej drugiej operacji.[46] Pozwala ona przejść od zbioru elementów do zbioru uporządkowanych ciągów tych elementów. Jeśli w zbiorze liczb naturalnych mamy jedną liczbę *1*, to w wyniku wzięcia kwadratu kartezjańskiego (produktu) tego zbioru, uzyskamy zbiór par uporządkowanych o postaci: $<1, a>$ gdzie *l, a* są elementami zbioru liczb naturalnych. Ponieważ takich par w produkcie jest przeliczalnie wiele (tyle ile wszystkich liczb naturalnych) i dodatkowo są to elementy 'nowe', zachodzi potrzeba uporządkowania tego zbioru. Nie wchodząc w szczegóły, znajdą się owe elementy (względem relacji porządkującej) 'poniżej' pary $<1,1>$, która ma odpowiadać liczbie *1* ze zbioru wyjściowego. Pomiędzy *1* a *0* (w nowym porządku pomiędzy $<1,1>$, a $<0,0>$) znajdzie się przeliczalnie wiele 'nowych' elementów. Pojawiły się one w wyniku 'sproduktowania' jedynki.

Jeśli wziąć teraz już zbiór liczb wymiernych o postaci *p/q*, gdzie *p,q* należą do zbioru liczb całkowitych oraz *q* jest różne od *0*, które są w istocie klasami abstrakcji w zbiorze wszystkich par uporządkowanych liczb całkowitych, to zbiór $X = \{1/1, 1/2, 1/3, ...,1/n, ...\}$ jest przeliczalnie nieskończony, i względem znanego porządku nie ma on w zbiorze liczb wymiernych elementu najmniejszego, ale posiada za to kres dolny, którym jest liczba *0*. Wracając do wcześniejszej symboliki, dla zbioru *X* mamy dwie własności W_1 oraz W_2, i istnieje jedyny element spełniający W_2, ale nie istnieje element zbioru liczb wymiernych spełniający W_1. Tym samym nastąpiło 'rozerwanie' wyjściowej własności *W*, na własność W_1 – 'być elementem najmniejszym w zbiorze *X*' oraz na własność W_2 – 'być kresem dolnym zbioru *X*'. Jednak w bardzo szczególnym sensie, takim mianowicie, że dla pewnych zbiorów i elementów jedna własność zachodzi, zaś druga nie zachodzi. Powstaje naturalne pytanie, czy może być tak, żeby dla jakiegoś ustalonego zbioru, obie własności nie zachodziły. Otóż taka sytuacja w zbiorze dodatnich liczb wymiernych może zajść. Niech $X = \{x$: x jest dodatnią liczbą wymierną oraz $x^2 > 2\}$. Zbiór *X* nie posiada elementu najmniejszego, zaś jego dopełnienie (w zbiorze dodatnich liczb wymiernych) elementu największego. W zbiorze liczb wymiernych istnieje luka. Zasada minimum (ZM) została zanegowana już przy konstrukcji zbioru liczb całkowitych. Cały ten zbiór nie ma elementu najmniejszego, ani kresu dolnego. W zbiorze liczb wymiernych pojawiła się możliwość innego zbioru o takich własnościach. Jeśli skonstruujemy, przez wzięcie nieskończonego produktu zbioru liczb wymiernych i odpowiednie klasy abstrakcji, zbiór liczb rzeczywistych, to wtedy takie luki zostaną zlikwidowane. Po stronie językowej temu krokowi konstrukcji odpowiada wprowadzenie aksjomatu istnienia kresów, albo zasada ciągłości (ZC). Jej treść intuicyjna sprowadza się do sformułowania: *zbiór liczb rzeczywistych nie ma luk*.

5. Możliwe rozwiązanie problemu.

---

[45] Oczywiście należy korzystać z, wyrażonych w aksjomatach, reguł tworzenia nowych zbiorów, ze zbiorów danych, w szczególności z aksjomatu wyróżniania. Dość często zwraca się uwagę na dwie grupy aksjomatów dla teorii mnogości: absolutne postulaty istnienia pewnych zbiorów oraz reguły tworzenia nowych zbiorów. Ja chciałbym zwrócić uwagę na trzecią grupę, do której należy zaliczyć schemat wyróżniania, pozwalająca tłumaczyć formuły na zbiory.

[46] Opis ten służyć ma jedynie intuicyjnej eksplikacji.

Istnieje pewna szybka możliwość rozwiązania problemu implikacji ontologicznych typu redukcyjnego przez odwołanie się do znanej i dość dobrze opracowanej koncepcji *presupozycji*.[47] Przywołajmy dla przykładu znaną zasadę Kartezjusza: *Cogito ergo sum*. Słówko *więc* w niej występujące, może być rozumiane na dwa sposoby. Wedle pierwszego można je zamienić w zasadzie na słowo *zatem*; byłby to rodzaj logicznej konsekwencji, o kierunku zgodnym z dedukcją. Po tej linii poszedł H Scholz, który następującą formułę, będącą tezą rachunku kwantyfikatorów, nazwał *uogólnionym podstawowym twierdzeniem Descartes'a*:

$$A(x) \equiv \exists_{y=x} A(y).$$ [48]

Wedle drugiego słowo *więc* ma charakter przejścia redukcyjnego, od myślenia do bycia (istnienia). Idąc za tym drugi tropem, dochodzimy właśnie do presupozycji. Zgodnie z rozumieniem presupozycji przez Strawsona, zdanie *B*, wyrażające istnienie podmiotu, jest presuponowane przez zdanie *A* o jego myśleniu, tzn. warunkuje sensowność zdania o myśleniu. Argumentem za takim rozumieniem jest to, że *B* warunkuje również sensowność zdania $\neg A$. Logiczne wynikanie nie posiada takiej własności. Tę własność związku presuponowania zapisujemy: $A \Rightarrow B$ (czytamy: zdanie *A* presuponuje zdanie *B*).

Przykładowo niektóre formalne własności są następujące, dla dowolnych formuł języka rachunku zdań *A, B, C* nie zawierających spójnika presupozycji => :

(1) $(A \Rightarrow B) \equiv (\neg A \Rightarrow B)$.
(2) $(A \Rightarrow B \wedge B \Rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow C)$.
(3) $(A \Rightarrow B \wedge A \Rightarrow C) \rightarrow (A \Rightarrow (B \rightarrow C))$.

Nie są zaś twierdzeniami logiki presupozycji formuły (*p, q* są zmiennymi zdaniowymi):

(4) $(p \Rightarrow p)$.
(5) $(p \Rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$.
(6) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \Rightarrow q)$.[49]

Implikacje ontologiczne typu redukcyjnego zostałyby zdemaskowane jako presupozycje twierdzeń nauk szczegółowych. Twierdzenia nauki byłyby osadzone w twierdzeniach systemów filozoficznych i to pod groźbą utraty sensowności. Jest to częściowo zgodne z tym, co myślał Kłósak. Wysuwa się tutaj przede wszystkim na plan pierwszy ta okoliczność, że presupozycje twierdzeń nauki (czyli twierdzenia ontologii), nie mogą być przesłankami, z których wynikają twierdzenia nauk szczegółowych, co potwierdza formalna własność (1) wymieniona powyżej. Ze zdania presuponowanego wynikałoby zdanie i jego negacja. Relacja presupozycji nie jest iterowalna. Dodatkową różnicą, pomiędzy wynikaniem a presupozycją, jest możliwość odwołania (uchylenia) presupozycji. Ten teoretyczny fakt można też interpretować jako możliwość uprawiania nauki bez ontologii, co zresztą często ma miejsce. W moim przekonaniu jednak takie uprawianie nauki ma charakter sztuczny. Robert Stalnaker rozwinął bardziej pragmatyczną koncepcję presupozycji [50] W skrócie (zainteresowanego Czytelnika odsyłam do książki Tokarza), należy powiedzieć tak: zdanie *A* presuponuje zdanie,

[47] Powołam się tutaj na specjalistę – M. Tokarza i jego wspomnianą powyżej książkę o pragmatyce.
[48] Zapisana z użyciem kwantyfikatora ograniczonego. Por. Słupecki J., Borkowski L., 'Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości', PWN, Warszawa 1966, s.111.
[49] Logika presupozycji rozróżnia pomiędzy *presupozycją* a *implikacją* oraz *wynikaniem*. Por. wspomnianą pracę Tokarza, ss. 191-208; szczególnie ss. 205-208.
[50] Por. Tokarz M., 'Elementy pragmatyki logicznej', PWN, Warszawa 1993, rozdz. IV i VI.

B w kontekście *k*, gdy *A* presuponuje sąd p^{51} w kontekście *k*. To zaś zachodzi, gdy dla dowolnego możliwego świata, zgodnego ze zdaniem *A* ze względu na kontekst *k*, sąd *p* odpowiadający zdaniu *B* przyjmuje wartość logiczną prawdy. Wszystkie występujące tutaj terminy mają ściśle określone znaczenie, w szczególności termin *sąd*. Dla Stalnakera presupozycja jest równocześnie własnością trzech obiektów: okoliczności użycia, możliwego świata oraz wypowiedzenia sądu.[52]

Dokładniejsze opracowanie implikacji redukcyjnych poprzez presupozycje wymaga dalszych badań i wydaje się dość interesująca. Narzuca się jednak tutaj taka uwaga, że presupozycje, ewentualnie, jedynie opiszą fakt działania implikacji redukcyjnych, ale go nie wyjaśnią.

6. Zarys głównego rozwiązania.

Według Woleńskiego podmiot *S* ma strukturę złożoną. Jest dla niego uporządkowaną czwórką $< J, MJ, Cn, T>$, kolejno: język, metajęzyk,[53] operator konsekwencji (logika) oraz zbiór zdań uznanych.

Wydaje się, że można sprawę postawić nieco inaczej. Podmiot *S* nie potrzebuje języka, wystarcza mu zdolność tworzenia symboli, którą to zdolność opisuje aksjomat *Myślenia* lub *Istnienia Inteligencji* podany przez Hilberta:

'*... który może być sformułowany w przybliżeniu jak następuje: Mam możliwość (zdolność) do myślenia rzeczy i oznaczania ich za pomocą prostych znaków (a, b; ...X, Y, ...;...) w tak znamienny sposób, że mogę zawsze niedwuznacznie rozpoznać je ponownie. Moje myślenie operuje tymi rzeczami poprzez ich oznaczenia, w sposób zgodny z określonymi prawami. Jestem w możności nauczyć się tych praw poprzez samo-obserwację i opisać je zupełnie.*'[54]

Jak zauważył Kurt Goedel, dzięki analizom dokonanym przez Turinga i pojęciu maszyny Turinga, pojęcie systemu formalnego jest całkowicie spenetrowane. *System formalny może być po prostu zdefiniowany jako pewna mechaniczna procedura do produkowania formuł.*[55] Ponieważ istnieje uniwersalna maszyna Turinga, która potrafi naśladować każdą inną maszynę Turinga, dlatego wystarczy, że podmiot będzie taką właśnie uniwersalną maszyną dysponował. 'Dysponował' to ma znaczyć – zarządzał, używał jej. Uniwersalną maszynę Turinga można sobie wyobrażać jako komputer w dzisiejszym znaczeniu tego słowa. Różnica pomiędzy pierwszym a drugim obiektem zasadza się na tym, że pierwszy ma nieskończoną pamięć aktualnie, zaś drugi potencjalnie nieskończoną.[56]

Podmiot musi również mieć możliwość notowania znaków, które sam czyni, dlatego powinien dysponować jakąś przestrzenią. Załóżmy, że jest to na przykład R^3.

Podmiot powinien dysponować regułą podstawiania.[57]

---

[51] Sąd ten, jako funkcja ze zbioru możliwych światów w zbiór {0,1}, jest związany w pewien ścisły sposób ze zdaniem *B*.

[52] Por. M. Tokarz, *op. cit.,* ss. 197-204.

[53] Języków może być więcej. Por. Woleński *op. cit.*; 104-107.

[54] Cytuję za M. Hallett, 'Hilbert's Axiomatic Method and the Laws of Thought', [w:] 'Mathematics and Mind', (ed.) A. George, Oxford University Press, 1994, s. 179.

[55] Por. M. Davis, 'The Undecidable', Raven Press, New York 1965, s. 72.

[56] Pomijamy w takim przypadku możliwość wadliwego funkcjonowania komputera.

[57] To skomplikowane zagadnienie było analizowane przez Curry'ego, Churcha oraz Webba. Por. J. Webb, 'Mechanism, Mentalism and Metamathematics: An Essay on Finitism', D. Reidel, Dordrecht, London, 1980.

Najważniejszym obiektem, który wchodzi w skład podmiotu jest *rozmaitość*[58]. Owa rozmaitość jest źródłem i siedliskiem pojęć, sądów oraz treści, powiązanych ze sobą w jakiś szczególny sposób. Nie wiadomo dokładnie jak się mają te trzy grupy obiektów do siebie wzajemnie.[59] Nie można wykluczyć, że któryś z nich jest identyczny z innym. Dla Fregego istniały tylko obiekty i funkcje, gdzie szczególnym przypadkiem tych drugich były pojęcia. Znalazło to swoje odzwierciedlenie w budowie języka jego logiki, który zwierał dwa rodzaje zmiennych. G. Kreisel pisze tak: *Jak to bywa z innymi ideałami i ogólniej, z innymi celami, są dwa, naprzemienne etapy pracy z Nieformalna Ścisłością (Informal Rigour): pierwszy, to możliwość rozwijania jej (tzn. NŚ); a drugi, to możliwość sprawdzania tego rozwoju [...] Istnieje wielka ilość literatury na ten temat, zawierająca dziwne doktryny głoszące logiczną niemożliwość tego rozwoju lub jego sprawdzania, lub nawet obu naraz; ale również negujących ich centralną rolę dla wiedzy. (Od czego mamy naprawdę rozpoczynać, jeśli nie od pojęć potocznych? [...]).*[60] Rozumiem te wypowiedź jako swoistą redukcję trzech wspomnianych przeze mnie obiektów do pojęć. Pojęcie rozmaitości, ma swoje dobrze określone miejsce w matematyce, głównie dzięki pomysłom Riemanna, który z kolei przejął je z filozofii Herbarta.[61] Herbart rozmaitość rozumiał na co najmniej dwa sposoby: jako zbioru określeń jakiejś zmiennej rzeczywistości (tutaj jako przykłady należy wymienić kolory oraz dźwięki), lub jako *zbioru treści istniejących w świadomości podmiotu. [...] treści te są wynikiem pojawienia się w polu postrzegania podmiotu pewnego przedmiotu [...] i stanowią niejako odbicie zmieniających się stanów przedmiotu w świadomości podmiotu.*[62] Tak czy inaczej, słowo *rozmaitość* należy odnosić do treści poznania i do podmiotu. Obecnie rozmaitość (różniczkowalna) w sensie matematycznym jest zbiorem M, w którym określono atlas tj. zbiór map, czyli odwzorowań wzajemnie jednoznacznych φ_i: $W_i \rightarrow U_i$; gdzie $W_i \subset M$, zaś $U_i \subset R^n$.[63] Dla Riemanna rozmaitość była bez wątpienia zbiorem, ale niejasnym było, jak się często podkreśla w odniesieniu do jego wykładu habilitacyjnego, który to pojęcie wprowadzał, jaka jest natura jego elementów. Riemann mówił - *Bestimmungsweisen* (po polsku - *sposoby oznaczania*).[64] Niezależnie jak tę sprawę rozstrzygniemy (idąc za koncepcją rozmaitości Herbarta) wydaje się, że aksjomat Hilberta postuluje istnienie jakiejś zdolności podmiotu do reprezentowania i analizy pojęć w postaci systemów formalnych znaków. Jeśli w analizie Riemanna chodziło o uchwycenie związków ilościowych zachodzących w zbiorze M poprzez ich reprezentację w R^n, tak tutaj chodzi o uchwycenie związków jakościowych zachodzących w rozmaitości (w niniejszym rozumieniu). Zasadnicza różnica polega na tym, ze nasza rozmaitość nie jest zbiorem. Z tego powodu sprawa się znacznie komplikuje. Per analogiam jedynie, z matematycznym pojęciem rozmaitości, można tutaj mówić o odwzorowaniu (funkcji) z rozmaitości w zbiór możliwych formalnych systemów znaków.[65] Istnienie takiej rozmaitości nie podlega raczej wątpliwości, gdyż jej istnienie jest bezpośrednio doświadczalne przez każdy niemal podmiot. Bez rozstrzygania tego, czy obiekty matematyczne istnieją w świecie idei czy w naszych umysłach można powiedzieć, że

---

[58] Słowo to osobiście bardzo mi odpowiada. Można je zastąpić słowem *umysł* (choć tutaj należy być bardzo ostrożnym).

[59] Tutaj jest jeszcze wiele do zbadania. Należy wytrwale czekać na wyniki badań z zakresu neuroscience i filozofii umysłu.

[60] Por. G. Kreisel, 'Church's Thesis and the Ideal of Informal Rigour', *Notre Dame Journal of Formal Logic,* 28, 1987, s. 499.

[61] Filozof niemiecki, żył w latach 1776-1841.

[62] Por. J. Dembek, 'Wykład habilitacyjny Bernharda Riemanna *O hipotezach, które leżą u podstaw geometrii* – rozważania historyczno-metodologiczne', PAT, Kraków 1988, s. 25.

[63] Por. W. I. Arnold, 'Równania różniczkowe zwyczajne', PWN, Warszawa 1975, ss. 225-226.

[64] Nota bene Riemann ciekawie scharakteryzował pracę typu filozoficznego jako tę, której trudność *skupia się raczej w sferze pojęć, niż w ich konstrukcji*. Konstruowanie pojęć, to matematyka.

[65] Chodzi tutaj głownie o pojęcia matematyczne, ale problem można rozciągnąć na język naturalny.

bezwarunkowy postulat istnienia zbioru nieskończonego w teorii mnogości jest, w pewnym sensie, odpowiednikiem istnienia rozmaitości (jednego z jej obiektów) w naszym sensie. Aby te rozważania uczynić bardziej konkretnymi, mogę zgodzić się z R. Piłatem, że umysł (czytaj: rozmaitość) jest *osobistym, funkcjonującym modelem świata.*[66]

Przytoczony powyżej aksjomat Hilberta posiada daleko idące konsekwencje dla teorii podmiotu. Wydaje się nawet, że implikuje on Tezę Churcha w taki oto sposób: jeśli podmiot ma możliwość czynienia znaków dla pomyślanych rzeczy i ich powtórnego rozpoznawania, to ta właśnie umiejętność, rozpoznawania znaków, jest podstawą do zdefiniowania równoważnika relacji obliczalności, w postaci tzw. relacji elementarnej (ogólnej) rozróżnialności (elementary (general) discernibility). Ta ostatnia relacja została ściśle zdefiniowana przez Grzegorczyka, któremu nawet udało się dowieść na tej drodze twierdzenia o nierozstrzygalności dla logiki pierwszego rzędu.[67] Jeśli tak, to na bazie tak 'słabej' relacji da się uprawiać obliczanie w sensie logicznym. To ujęcie jest, jak się wydaje, równoważne podejściu do obliczalności poprzez funkcje rekurencyjne, czy też maszyny Turinga. Owe dwa podejścia (i wiele innych równoważnych) opierają się na Tezie Turinga-Churcha.

Podmiot powinien mieć zdolność czynienia wolnego wyboru. Własność ta wydaje się również implicite obecna w aksjomacie Hilberta. Konkretna postać znaku, czy systemu znaków, musi bowiem zostać wybrana. Jest jednak dowolna.

Podmiot uznaje niektóre zdania za prawdziwe. Własności tej relacji, w nawiązaniu do tzw. *creative subject* Brouwera, mogą być wyrażone przez następujące aksjomaty, przy czym wzór: $S \vdash_m A$ rozumieć należy: myślący podmiot S uznaje (ma dowód) dla zdania A na stopniu m:[68]

(i) $S \vdash_m A$ jest rozstrzygalna, dla każdych danych S, m oraz A;
(ii) $A \rightarrow \forall S \neg\neg\exists m\,(S \vdash_m A)$ oraz $\forall S\,[\exists m\,(S \vdash_m A) \rightarrow A]$

Drugi aksjomat wyraża powszechność matematyki polegającą na tym, że każde prawdziwe zdanie jest uznane[69] przez każdy podmiot na pewnym etapie i każde uznane zdanie na pewnym etapie jest prawdziwe. Wtedy, kiedy Kreisel pisał swój artykuł, pojęcie podmiotu myślącego (thinking subject) nie wchodziło w zakres ściśle matematycznych rozważań.

Należy tutaj zwrócić uwagę na ten fakt, że kiedy mówimy o własnościach podmiotu, którym jest bez wątpienia człowiek, to chcemy, aby własności rzeczywiście (czyli prawdziwie) mu przysługiwały. Ta prawdziwość ma inny charakter niż prawdziwość w sensie Tarskiego. Założywszy bowiem, że istnieje jedna Rzeczywistość, własności podmiotu muszą być z nią zgodne. Podmiot bowiem jest rzeczywistym obiektem. Zgodność dotyczy zatem doświadczanej rzeczywistości, a nie jakiegoś teoretycznego modelu.[70]

[66] Por. R. Piłat, 'Umysł jako model świata', IFiS PAN, Warszawa 1999, s. 11.
[67] Por. jego pracę dostępną elektronicznie www.calculemus.org: 'Decidability without Mathematics' (First Draft). Grzegorczyk zaznacza, że jego rozważania odnoszą się do znaków jako abstraktów, a nie tzw. tokens.
[68] Por. na przykład G. Kreisel, 'Informal Rigour and Completeness Proofs', [w:] *Problems in the Philosophy of Mathematics*, I. Lakatos (ed.), North-Holland, Amsterdam 1967, ss. 159-160.
[69] Tutaj jest problem z wersją konstruktywistyczną tego aksjomatu. O tej właśnie wersji myślał Kreisel.
[70] Jest to uwaga dość niejasna, ale odróżnienie tych dwóch rozumień prawdziwości wydaje się być istotne.

Dokładnie nie wiadomo, jakie procesy i operacje zachodzą ‘w’ rozmaitości. Jedyną, w miarę ścisła, formą ich badania, jest badanie intersubiektywnie sprawdzalnych sformułowań formalnych. Związki formalne pomiędzy teoriami formalizującymi różne pojęcia, wskazują na związki pomiędzy samymi pojęciami.. Problem jest tutaj bardzo trudny, gdyż odpowiedniość pomiędzy konkretną formalizacją jakiegoś pojęcia, a samym pojęciem jest często bardzo słaba. W tym sensie, że jednemu pojęciu może odpowiadać wiele nierównoważnych formalizacji oraz jednej formalizacji odpowiadać może wiele różnych pojęć. W wypadku pojęcia liczby naturalnej tak właśnie istotnie jest, co pokazuje pierwsze twierdzenie Goedla. Owo twierdzenie można (swobodnie), w tym kontekście, wypowiedzieć następująco:

Nie można za pomocą normalnego formalizmu wypowiedzieć całej wiedzy o liczbach naturalnych, którą zawiera rozmaitość podmiotu.

Poza tym istnieje niezwykłe bogactwo pojęć. Jak wskazują badanie przeprowadzone metodami bardziej ścisłymi, już na przykład klasa możliwych znaczeń przypisywanych implikacji (jako spójnikowi zdaniowemu) jest mocy kontinuum.[71] Również badania z zakresu podstaw teorii mnogości pokazują, że istnieje wiele możliwych wzmocnień aksjomatycznych teorii ZFC, co wskazuje na wiele różnych odmian pojęcia zbioru. Zadziwiającym wyjątkiem jest tutaj Teza Churcha, która wyraża ten fakt, ze pojęcie funkcji efektywnie obliczalnej (określonej w dziedzinie liczb naturalnych) jest całkowicie dokładnie scharakteryzowane metodami formalnymi. Właśnie z tego powodu, ze pojęcia mogą być intersubiektywnie badane za pomocą reprezentujących je systemów formalnych, mogą być również porządkowane. Dział logiki zajmujący się tymi zagadnieniami jest dziś bardzo rozwinięty. Przykładem takiego porządku, po stopniu skomplikowania pojęć, jest choćby *hierarchia arytmetyczna*.[72]

7. Zakończenie.

W pracy próbowano zarysować ujęcie podmiotu. Starałem się to zrobić w sposób redukcyjny, tzn. postulowałem jako koniecznie istniejące w podmiocie te własności, które wystarczają człowiekowi (naukowcowi) do uzyskania implikacji typu redukcyjnego.
Kłósak analizuje w jednej ze swoich prac[73] jako przykład, implikację ontologiczną typu redukcyjnego zasady Einsteina: $E = mc^2$. Owa implikacja w obrębie teorii bytu prowadzi do przyjęcia obecności, w każdym bycie materialnym, dwóch zasad substancji (teorii hylemorfizmu bytów fizycznych); materii pierwszej i formy substancjalnej. Oczywiście zasada Einsteina jest rozumiana nie jako formalny wzór, ale jako zdanie zinterpretowane mające własną treść.
Dokładniejsze pokazanie, jak uzyskać redukcyjnie ontologiczną zasadę hylemorfizmu, z zasady równoważności masy i energii (przy powyższym ujęciu podmiotu), zostawiam sobie jako przedmiot dalszych badań.

[71] Por. A. Olszewski, ‘O rozumieniu implikacji w klasie logik porządku i jego znaczeniu w dążeniu do pewności językowej’, PAT, Kraków 1997.
[72] Stopień skomplikowania, czy też nieefektywności pojęcia jest mierzony liczbą kwantyfikatorów w jego definicji.
[73] K. Kłósak, ‘Zasada *równoważności* masy bezwładnej i energii a ontyczna struktura materii’, [w:] *Z zagadnień filozofii przyrodoznawstwa i filozofii przyrody*, t. II, (red.) K. Kłósak, Warszawa 1979, ss. 213-216.